EXTENSÃO DO PROBLEMA ALWABP: MELHORANDO A FLEXIBILIDADE ATRAVÉS DE ESTAÇÕES PARALELAS

Felipe F. B. Araújo[1], Alysson M. Costa[1], Cristóbal Miralles[2]
[1] Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação. Universidade de São Paulo
[2] ROGLE – Dpto. Organización de Empresas. Universidad Politécnica de Valencia

Resumo

O problema de balanceamento de linhas de produção e designação de trabalhadores é uma extensão do problema simples de balanceamento de linhas em que os tempos de execução de tarefas dependem dos trabalhadores que as executam. Este problema é característico de Centros de Trabalho para Deficientes (CTDs). Neste trabalho, apresentamos uma extensão para uma formulação conhecida, permitindo o emprego de trabalhadores em paralelo no mesmo estágio. Apresentamos também testes realizados em instâncias da literatura e uma breve análise dos resultados.
Palavras-chave: Linhas de produção, estações paralelas, formulação

Abstract:

The assembly line worker assignment and balancing problem is an extension of the simple assembly line balancing problem in wich the task execution times depend on the worker executing them. This problem appears in the context of Sheltered Workcenters for Disabled (SWD). In this article, we present a linear model for an extension of the problem allowing the use of workers acting in parallel. We also present tests run on instances available from the literature and a brief analysis of the results.
Keywords: Assembly lines, parallel workstations, formulation

1 Introdução

Segundo o Censo Demográfico 2000, no Brasil existem 24,5 milhões de pessoas portadoras de deficiências, o que corresponde a cerca de 14,5% da população brasileira. Destes, apenas 537 mil estão no mercado formal de trabalho, representando 2,05% do total de empregados (Neri et al., 2003). Buscando integrar estes trabalhadores ao mercado de trabalho, alguns países criaram Centros de Trabalho para Deficientes (CTDs), organizações que oferecem emprego para estes trabalhadores, muitas vezes em linha de montagem terceirizadas de grandes empresas.

O problema de planejamento de linhas de produção em CTD's constitui um desafio na medida em que as especificidades de cada trabalhador precisam ser consideradas. Este problema é conhecido na literatura como problema de balanceamento e designação de trabalhadores em linhas de produção (ALWABP, do inglês *assembly line and worker assignment balancing problem*).

Neste artigo, propomos um modelo linear inteiro misto para o ALWABP que estende a formulação proposta por Miralles et al. (2007), no sentido em que permite o projeto de linhas com estações de trabalho em paralelo. Esta flexibilização é de particular interesse pois permite a inclusão de trabalhadores consideravelmente mais lentos, sem que seja necessário reduzir a velocidade de operação da linha. Com isto, esperamos conseguir o projeto de linhas de produção operando de maneira eficaz mesmo com a inclusão de trabalhadores mais lentos.

O restante deste artigo está dividido da seguinte forma: na Seção 2 apresentamos uma breve revisão bibliográfica para o problema. Na Seção 3 o ALWABP é descrito e uma formulação para o problema que permite o uso de estações paralelas é apresentada. Na Seção 4 apresentamos os resultados obtidos em testes computacionais realizados em instâncias da literatura e em novas instâncias propostas. Por fim, a Seção 5 apresenta algumas conclusões, bem como propostas de trabalhos futuros.

2 Definição do problema e revisão bibliográfica

Linhas de produção são sistemas produtivos tipicamente relacionados à fabricação em larga escala de itens. Associada ao projeto e à operação destas linhas, existe uma série de problemas de otimização. Neste artigo, nos concentramos no problema de balanceamento de linhas de produção que, na sua forma básica, é conhecido na literatura como *problema simples de balanceamento de linhas de produção* (SALBP, do inglês *simple assembly line balancing problem*).

Para definir o SALBP, seja um conjunto de m máquinas (trabalhadores) em sequência e N o conjunto de tarefas necessárias para a fabricação de um dado produto. Cada tarefa $i \in N$ possui um tempo de execução t_i. Além disso, as tarefas possuem relações de precedência indicando que certas tarefas devem ser executadas antes que outras. Estas relações são usualmente representadas através de um grafo $G(N,A)$, onde $(i, j) \in A$ se a tarefa i deve ser executada antes da tarefa j e não existe nenhuma tarefa k que necessite ser executada depois de i e antes de j. O SALBP consiste em designar as tarefas às diferentes máquinas obedecendo às relações de precedência entre as tarefas. Devido à característica sequencial da linha, a taxa de produção é limitada pela máquina mais carregada, sendo o tempo de ciclo da linha, c, dado pelo tempo das tarefas alocadas a esta máquina.

O SALBP aparece em duas formas básicas. O problema é conhecido como SALBP-1 quando um tempo de ciclo desejado, c, é dado e deseja-se minimizar o número de máquinas m. Analogamente, quando o número de máquinas da linha, m, é conhecido e deseja-se minimizar o tempo de ciclo c, o problema é conhecido como SALBP-2 (Scholl, 2006). Este último problema será de maior interesse na continuação deste trabalho.

Na tentativa de facilitar a maior iteração entre a academia e a prática, Boysen et al. (2007) propuseram um esquema de classificação dos diferentes problemas de balanceamento de linhas seguindo uma nomenclatura baseada em três partes fundamentais, denominadas $[\alpha \mid \beta \mid \gamma]$, em que:

•α são possíveis características especiais relacionadas ao grafo de precedências (incluindo os pesos nos arcos e nós que podem estar relacionados, por exemplo, ao tempo de execução das tarefas);

•β são possíveis características especiais relacionadas às estações ou à linha;

•γ indica os objetivos de otimização.

Seguindo a nomenclatura proposta por Boysen et al. (2007), o SALBP-2 pode ser classificado como [| | c], indicando que o objetivo é a minimização do tempo de ciclo e nenhuma característica adicional sobre o grafo de precedências ou sobre as estações e linha é considerada. Diversas variações do SALBP, introduzindo características especiais do tipo α, β e γ podem ser consideradas. Em particular, neste artigo se aborda uma extensão do *problema de balanceamento de linhas de produção e designação de trabalhadores* (ALWABP-2, do inglês *assembly line worker assignment and balancing problem*), que foi introduzido na literatura por Miralles et al. (2007). A motivação dos autores veio da situação encontrada em centros de trabalho para deficientes onde há trabalhadores que podem executar as tarefas a ritmos diferentes, e deseja-se a melhor designação em termos de tempo de ciclo. No ALWABP-2, de acordo com a nomenclatura de Boysen et al. (2007), cada trabalhador possui características únicas (β = *equip*) e tempos de execução diferentes para cada tarefa (α = *cum*), que devem ser considerados no cálculo da função objetivo (α = *pa*). Além disso, certos trabalhadores podem ser incapazes de executar todas as tarefas, o que leva uma dada escolha de trabalhadores às máquinas a limitar o conjunto de tarefas alocáveis (α = *link*). O ALWABP-2 pode então ser classificado em Boysen et al. (2007) como [*pa, link, cum* | *equip* | c].

Nos preocuparmos sobretudo com a versão ALWABP-2 devido ao fato do objetivo dos centros de trabalhadores ser o emprego do maior número possível de pessoas, maximizando a eficiência produtiva. Miralles et al. (2008) propuseram uma formulação matemática e um estudo de caso baseado em um centro de trabalhadores deficientes na Espanha.

É interessante notar a diferença entre o ALWABP-2 e outros problemas de seleção de equipamentos existentes na literatura (β = *equip*). De fato por se tratar de trabalhadores com características especiais (e não equipamentos) a disponibilidade de cada tipo de trabalhador é única, diferentemente de outros trabalhos publicados onde várias máquinas similares podiam ser escolhidas (Pinto et al. 1983; Rubinovitz and Bukchin 1993; Pinnoi and Wilhelm 1997, 1998; Bukchin and Rubinovitz 1997; Wilhelm 1999; Dolgui et al. 1999, 2006; Nicosia et al. 2002; Bukchin and Tzur 2000; Nicosia et al. 2002; Rekiek et al. 2002). Adicionalmente, em contraste com o que ocorre no ALWABP-2, nenhuma destas referências lida com o objetivo de minimização de tempo de ciclo (γ = c) dado um conjunto de recursos limitados. Em vez disso, os objetivos variam entre a minimização do custo de instalação da linha (γ = *Co*) ou dos recursos envolvidos (γ = m). Como mencionado, estes últimos dois objetivos são contraditórios com o objetivo dos centros de trabalho para deficientes cujo fim primordial é o emprego do maior número possível de trabalhadores.

Devido à dificuldade de resolução do ALWABP-2, diversos métodos heurísticos tais como Clustering Search (Chaves et al. 2009), Busca Tabu (Moreira e Costa, 2009) e Beam Search (Blum e Miralles, 2010) já foram considerados. Outros trabalhos da literatura consideram variações adicionais nas características α, β e γ do problema ALWABP. Costa e Miralles (2009) consideram a implantação de rotação de tarefas enquanto Miralles et al. (2005) lidam com o caso de layouts em U (β = u).

Neste trabalho, propomos uma nova variação para o ALWABP, com a introdução da possibilidade de máquinas em paralelo (β = *pstat*). O problema resultante é chamado de ALWABP com estações paralelas e pode ser classificado, segundo Boysen et al. (2007), como [*pa, link, cum* | *pstat, equip* | c].

No que se refere ao uso de máquinas paralelas em linhas de produção, uma série de trabalhos têm enfocado o planejamento de linhas simples ou multi-modelo utilizando este tipo de layout. Para o SALBP considerando possibilidade de layouts com máquinas paralelas, Süer (1998) propõe um método de resolução em três fases enquanto Bukchin e Rubinovitz (1997) apresentam duas formulações matemáticas que levam em conta também a seleção de equipamentos: a primeira formulação objetiva a minimização do número de estações, enquanto que a segunda minimiza o custo total de planejamento da linha.

Boysen e Fliedner (2006) apresentam um algoritmo gráfico de duas fases que pode ser adaptado para trabalhar com estações e tarefas paralelas. Becker e Scholl (2006) abordam um problema de linha de montagem que se assemelha ao uso de estações de trabalho paralelas em que as tarefas não se duplicam: elas são divididas entre os diferentes trabalhadores de uma mesma estação. Eles definem e modelam este novo problema e também propõem um algoritmo branch and bound. Tiacci e Saetta (2007) apresentam um simulador orientado a processo capaz de trabalhar com estações paralelas. Finalmente, Ege et al. (2009) propõem dois métodos baseados na estratégia de branch and bound para resolução do problema, um exato e um heurístico. Já para o *problema de balanceamento de linhas multi-modelo* (MALBP, do inglês mixed assembly line balancing problem), onde diversos produtos semelhantes podem ser fabricados ($\alpha = mix$), McMullen e Frazier (1997) descrevem uma heurística para resolução do problema com tempos de tarefas estocásticos e estações paralelas enquanto Simaria e Vilarinho (2004) definem um modelo matemático e um algoritmo genético iterativo para o problema.

Apesar do aparente grande interesse da literatura pelo ALWABP e também pelas propostas com estações em paralelo, ao nosso conhecimento, nenhum desenvolvimento foi proposto para o ALWABP com esta possibilidade de layout. Esta ausência de pesquisa, aliada ao fato do paralelismo permitir a integração de mais trabalhadores no contexto de centros de trabalho para deficientes, são as principais motivações deste trabalho.

3 Formulação para o ALWABP com estações em paralelo

Chamamos de tarefa cada atividade que deve ser realizada para a montagem do produto final. Cada tarefa tem um tempo de execução que depende do trabalhador que a executa. Chamamos de estágio uma estação ou conjunto de estações de trabalho. Caso o estágio seja constituído por apenas uma estação, seu tempo de ciclo é dado pelo somatório dos tempos das tarefas do trabalhador a ela designado. Caso contrário, o tempo de ciclo do estágio é dado por uma composição dos tempos dos trabalhadores envolvidos. De fato, a quantidade de trabalho realizada em um estágio por unidade de tempo é dada pelo somatório da quantidade de trabalho realizada por cada trabalhador. Em termos equivalentes, podemos dizer que a frequência de execução de um estágio corresponde à soma das frequências de execução de cada trabalhador. O tempo de execução dé um estágio é dado pelo inverso da sua frequência de execução. Observe que a frequência de execução de um estágio é maior que as frequências de execução dos trabalhadores que o compõem. Logo, a adição de um novo trabalhador a um estágio resulta em um tempo de ciclo menor.

Com a notação abaixo:

i,j	Índices das tarefas
w	Índices dos trabalhadores
s	Índices dos estágios
k	Índices do número de estações paralelas
K_{Max}	Número máximo de estações paralelas
N	Conjunto de tarefas
W	Conjunto de trabalhadores
S	Conjunto de estágios
p_{wi}	Tempo de execução da tarefa *i* pelo trabalhador *w*
D_j	Conjunto de tarefas imediatamente predecessoras à tarefa *j* no grafo de precedência
I_w	Conjunto de tarefas que o trabalhador *w* não é capaz de executar

E as variáveis

C	Tempo de ciclo
x_{swi}	Variável binária. Igual a 1 se a tarefa *i* é executada pelo trabalhador *w* no estágio *s*, igual a 0 caso contrário
y_{sw}	Variável binária. Igual a 1 se o trabalhador *w* está no estágio *s*, igual a 0 caso contrário
r_{si}	Variável binária. Igual a 1 se a tarefa *i* é executada no estágio *s*, igual a 0 caso contrário

z_{sk} Variável binária. Igual a 1 se o estágio *s* possui *k* estações paralelas, igual a 0 caso contrário

Pode-se escrever um modelo para o ALWABP com estações paralelas como:

$$\text{Min } C \tag{1}$$

Sujeito a:

$$\sum_{s\in S} s\, r_{is} \le \sum_{s\in S} s\, r_{js} \quad \forall i,j \in N \mid i \in D_j \tag{2}$$

$$\sum_{w\in W} x_{swi} \ge k\left(r_{is} + z_{sk} - 1\right) \quad \forall s \in S, \forall k \in [0, K_{Max}], \forall i \in N \tag{3}$$

$$x_{swi} \le r_{is} \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \tag{4}$$

$$\sum_{k=0}^{K_{Max}} z_{sk} = 1 \quad \forall s \in S \tag{5}$$

$$\sum_{w\in W} y_{sw} = \sum_{k=0}^{K_{Max}} k z_{sk} \quad \forall s \in S \tag{6}$$

$$\sum_{s\in S} y_{sw} = 1 \quad \forall w \in W \tag{7}$$

$$\sum_{s\in S} r_{is} = 1 \quad \forall i \in N \tag{8}$$

$$x_{swi} \le y_{sw} \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \tag{9}$$

$$x_{swi} = 0 \quad \forall w \in W, \forall s \in S, \forall i \in I_w \tag{10}$$

$$\sum_{w\in W \mid y_{sw}=1} (1/\sum_{i\in N} (p_{wi}\, x_{swi})) \ge 1/C \quad \forall s \in S \mid z_{s0} = 0 \tag{11}$$

A função objetivo (1) minimiza o tempo de ciclo. As restrições (2) definem as relações de precedência entre as tarefas. As restrições (3) correspondem a uma linearização de $\sum_{w\in W} x_{swi} \ge k r_{is} z_{sk}$ e indicam que se em um estágio *s* existem *k* estações paralelas e a tarefa *i* é executada neste estágio, esta tarefa deve ser executada por pelo menos *k* trabalhadores. As restrições (4) indicam que um trabalhador só pode executar uma tarefa em um estágio caso aquela tarefa tenha sido atribuída àquele estágio. As restrições (5) indicam que cada estágio possui exatamente um nível de paralelismo. Caso o valor da variável z_{s0} seja 1, isto indica que nenhum trabalhador está alocado ao estágio *s*. As restrições (6) e (7) estabelecem que cada estágio possui *k* trabalhadores e cada trabalhador executa tarefas em apenas um estágio. As restrições (8) obrigam cada tarefa a ser executada em exatamente um estágio. As restrições (9) indicam que um trabalhador só pode executar tarefas em um estágio ao qual tenha sido alocado. As restrições (10) tratam das tarefas que alguns trabalhadores não podem executar. Por fim, as restrições (11) definem a taxa de produção como a menor entre as frequências de execução de cada estágio não vazio. A frequência de execução de um estágio corresponde à soma das frequências de execução de cada máquina que, por sua vez, equivalem ao inverso da soma dos tempos de execução de suas tarefas. As restrições (11) tornam o modelo (1)-(11) não-linear.

Com o intuito de linearizar (1)-(11), definimos *T* como a taxa de produção da linha de montagem. Desejamos então maximizar a taxa de produção, o que é equivalente a minimizar o tempo de ciclo. Seja t_{sw} a taxa de execução do trabalhador *w* no estágio *s*. Caso o trabalhador *w* seja designado ao estágio *s*, isto é, $y_{sw} = 1$, temos que $t_{sw} = 1/(\sum_{i\in N} p_{wi} x_{swi})$, o que é equivalente a $\sum_{i\in N} p_{wi} t_{sw} x_{swi} = 1$. Caso contrário, $t_{sw} = 0$. Para tornar estas restrições lineares, definimos a variável v_{swi} igual a t_{sw} se a tarefa *i* é executada pelo trabalhador *w* no estágio *s* ou 0 caso contrário, ou seja, $v_{swi} = t_{sw} x_{swi}$. O modelo pode então ser reescrito da seguinte forma:

$$\text{Max } T \tag{12}$$

Sujeito a:

$$(2) - (10)$$

$$\sum_{w \in W} t_{sw} \geq T - M z_{s0} \quad \forall s \in S \tag{13}$$

$$\sum_{i \in N} p_{wi} v_{swi} = y_{sw} \quad \forall w \in W, \forall s \in S \tag{14}$$

$$t_{sw} \leq M y_{sw} \quad \forall w \in W, \forall s \in S \tag{15}$$

$$v_{swi} \geq t_{sw} - M(1 - x_{swi}) \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \tag{16}$$

$$v_{swi} \leq M x_{swi} \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \tag{17}$$

A função objetivo (12) maximiza a taxa de produção. As restrições (13) definem a taxa de produção como a taxa de execução do estágio não vazio mais lento. Um estágio vazio é aquele ao qual nenhum trabalhador está alocado. As restrições (14) definem as variáveis v_{swi} como uma ponderação dos tempos de execução de cada tarefa. As restrições (15) forçam $t_{sw} = 0$ caso o trabalhador w não tenha sido alocado ao estágio s. As restrições (16) e (17) definem os limitantes para as variáveis v_{swi}. As restrições (15) e (16) forçam $v_{swi} = t_{sw}$ se $x_{swi} = 1$, enquanto que as restrições (17) forçam $v_{swi} = 0$ se $x_{swi} = 0$.

4 Testes computacionais

Para testar o modelo, foram usadas as instâncias descritas por Chaves et al. (2007), geradas a partir de problemas disponíveis em http://www.assembly-line-balancing.de/. Foram selecionados oito grupos de instâncias de duas famílias diferentes, Roszieg e Heskia, com 25 e 28 tarefas, respectivamente. Cada uma destas instâncias possui quatro trabalhadores e foi gerada a partir de instâncias conhecidas para o SALBP. As relações de precedência entre as tarefas foram mantidas e os tempos de execução de cada tarefa foi utilizado para definir os tempos de execução do primeiro trabalhador. Os tempos de execução das tarefas para os demais trabalhadores foram gerados aleatoriamente a partir do tempos do primeiro trabalhador. Além disso, para simular a existência de um trabalhador pouco eficiente, criamos outras duas famílias de instâncias. Estas instâncias foram geradas a partir das instâncias das famílias Roszieg e Heskia com a adição de um trabalhador. O tempo de execução de cada tarefa deste novo trabalhador corresponde ao triplo do pior tempo de execução daquela tarefa para os demais trabalhadores. Chamamos estas instâncias de Heskia modificada e Roszieg modificada. Cada instância foi executada três vezes: uma vez sem paralelismo ($K_{max} = 1$), uma com $K_{max} = 2$ (ou seja, posibilidade de duplicar trabalhadores numa mesma estação. Segundo Boysen et al. (2007): [*pa, link, cum* | $pstat^2$, *equip* | *c*]) e uma com $K_{max} = 3$(ou seja posibilidade de triplicar trabalhadores numa mesma estaçao. Segundo Boysen et al. (2007): [*pa, link, cum* | $pstat^3$, *equip* | *c*]).

As tabelas 1 e 2 mostram os resultados para as instâncias originais, enquanto que as tabelas 3 e 4 mostram os resultados para as instâncias modificadas. Os resultados foram obtidos utilizando o pacote comercial IBM ILOG CPLEX 12.1 em um computador com processador Intel Core 2 Duo T5450, 1,66 GHz e 3 GB de RAM. Devido à complexidade do problema paralelo, o tempo de execução foi limitado em 3600s. A coluna *C* indica o tempo de ciclo médio obtido para aquele grupo. A coluna *T Exec* indica o tempo execução médio do grupo em segundos. A coluna *Gap* indica o gap médio do grupo. A coluna Melhoria indica, para cada grupo, o quanto a solução ótima utilizando determinado nível de paralelismo é melhor do que a solução ótima serial. Neste cálculo para soluções sub-ótimas, consideramos a melhoria como 0%, uma vez que a solução ótima que utiliza paralelismo é pelo menos igual à solução ótima serial. As colunas *Gap, T Exec* e *Melhoria* foram omitidas para $K_{max} = 1$.

Tabela 1: Resultados para a família Heskia

	K_{Max}=1	K_{Max}=2				K_{Max}=3			
Grupo	C	C	T Exec	Gap	Melhoria	C	T Exec	Gap	Melhoria
1	102,3	102,3	138,25	0,00%	0,00%	102,3	152,34	0,00%	0,00%
2	122,6	122,6	56,17	0,00%	0,00%	122,6	101,21	0,00%	0,00%
3	172,5	172,5	216,03	0,00%	0,00%	172,5	187,21	0,00%	0,00%
4	171,2	171,2	317,2	0,00%	0,00%	171,2	204,3	0,00%	0,00%

Tabela 2: Resultados para a família Roszieg

	K_{Max}=1	K_{Max}=2				K_{Max}=3			
Grupo	C	C	T Exec	Gap	Melhoria	C	T Exec	Gap	Melhoria
1	20,1	20,1	51,3	0,00%	0,00%	20,1	52,53	0,00%	0,00%
2	31,5	31,36	16,82	0,00%	0,45%	31,36	50,48	0,00%	0,45%
3	28,1	28,1	77,65	0,00%	0,00%	28,1	46,74	0,00%	0,00%
4	28	28	65,57	0,00%	0,00%	28	42,36	0,00%	0,00%

Tabela 3: Resultados para a família Heskia modificada

	K_{Max}=1	K_{Max}=2				K_{Max}=3			
Grupo	C	C	T Exec	Gap	Melhoria	C	T Exec	Gap	Melhoria
1	97,9	96,54	2769,71	43,04%	2,25%	96,69	3078,1	469,28%	1,27%
2	116,3	111,68	2030,83	2,83%	4,35%	112,41	2262,34	43,16%	4,16%
3	164,8	163,98	3617,28	89,23%	1,77%	163,74	3590,11	149,81%	1,93%
4	161,4	161,79	3161,23	52,08%	0,53%	163,97	3377,75	1103,45%	0,53%

Tabela 4: Resultados para a família Roszieg modificada

	K_{Max}=1	K_{Max}=2				K_{Max}=3			
Grupo	C	C	T Exec	Gap	Melhoria	C	T Exec	Gap	Melhoria
1	17,7	17,63	1646,21	0,00%	0,43%	17,63	1781,4	0,15%	0,43%
2	20,9	20,59	654,04	0,00%	1,62%	20,59	716,14	0,00%	1,62%
3	25,1	24,91	2280,54	2,77%	0,75%	24,91	2394,27	4,55%	0,75%
4	25,6	25,5	2340,28	2,59%	0,69%	25,5	2460,79	4,39%	0,69%

Para as instâncias originais, na família Heskia apenas duas instâncias apresentaram uma solução ótima paralela com tempo de ciclo igual à solução ótima serial. Já para a família Roszieg em quatro instâncias a solução ótima utiliza paralelismo, sendo que duas destas apresentaram uma melhoria no tempo de ciclo se comparadas com as respectivas soluções dos problemas seriais. O baixo número de soluções ótimas utilizando paralelismo ocorreu principalmente devido à existência de apenas quatro trabalhadores nas famílias Heskia e Roszieg.

Os resultados obtidos para as instâncias modificadas mostram a complexidade do problema. A adição de um trabalhador resultou em um aumento médio no tempo de execução de 15 vezes para a família Heskia modificada e 30 vezes para a família Roszieg modificada, em relação às instâncias originais. Em virtude disto, para a família Heskia modificada, após 3600 segundos de execução não foi possível determinar a solução ótima para 20 instâncias utilizando K_{max} = 2 e 22 instâncias para K_{max} = 3. Mesmo assim, esta família mostrou bons resultados, apresentando uma melhoria com relação à solução serial em 20 instâncias para K_{max} = 2 e 18 instâncias para K_{max} = 3. Uma instância desta família apresentou também a maior melhoria entre as instâncias executadas. A solução ótima paralela deste problema foi 13,4% melhor do que a solução serial.

Para a família Roszieg modificada, 5 instâncias não foram resolvidas em sua otimalidade para K_{max} = 2 e 6 instâncias para K_{max} = 3. Onze instâncias obtiveram melhoria em relação à solução serial para tanto para K_{max} = 2 quanto para K_{max} = 3. Nas quatro famílias, devido ao número pequeno de trabalhadores, as soluções ótimas obtidas com K_{max} = 3 não conseguiram superar as soluções ótimas para K_{max} = 2. Apesar de a melhoria para as instâncias do grupo 3 da família Heskia modificada ser maior para K_{max} = 3, elas não foram resolvidas em sua otimalidade.

Para problemas maiores, o tempo de execução cresce muito rapidamente. Problemas com 6 trabalhadores chegaram a executar por várias horas sem encontrar a solução ótima.

Uma análise dos resultados mostrou que, na solução ótima serial, o novo trabalhador costuma executar poucas tarefas com relação aos demais trabalhadores. Na solução paralela, no entanto, ele pode executar conjuntos maiores de tarefas, resultando em um tempo de execução elevado para este trabalhador, mas que não prejudica a eficiência da linha de produção devido ao paralelismo.

5 Discussões

Os resultados foram animadores por mostrarem que, mesmo em casos com poucos trabalhadores, pode ser vantajoso agrupá-los em estágios com estações em paralelo. Isto acontece mesmo na situação considerada, em que os trabalhadores possuem características completamente distintas.

O modelo, no entanto, se mostrou bastante complexo mesmo para instâncias pequenas. Uma análise da resolução de algumas instâncias mostrou que a relaxação linear é bastante fraca. De fato, na maioria dos casos, o *gap* inicial chegava a mais de 10.000%. Isto resultou em um tempo de execução elevado, impossibilitando a resolução de instâncias maiores em um tempo computacional hábil.

6 Conclusões e trabalhos futuros

Neste trabalho, apresentamos um modelo para o ALWABP que permite o uso de estações paralelas. A partir de desigualdades fortemente não lineares, foi proposta uma formulação que, com a adição de variáveis auxiliares, tornou-se linear. Este modelo pôde então ser testado para instâncias de pequeno porte. Os resultados indicaram que o uso de estações paralelas pode melhorar o desempenho da linha de produção mesmo em situações com poucos trabalhadores e em casos em que os trabalhadores são completamente distintos. Em especial, o modelo paralelo permitiu a adição de trabalhadores lentos sem prejuízo à eficiência da linha de produção.

Devido à complexidade do modelo, futuros trabalhos nesta linha de pesquisa possivelmente irão buscar melhorar a formulação através da introdução de desigualdades válidas e desenvolver métodos heurísticos. Uma formulação mais forte permitiria a resolução de instâncias pequenas em um tempo computacional menor. Métodos heurísticos permitiriam obter boas soluções para instâncias maiores, uma vez que é justamente nestas instâncias onde se espera obter os maiores ganhos devido a flexibilização de layout proposta.

Métodos de busca tabu se mostraram eficientes para resolver grandes instâncias do modelo serial (Moreira, 2009). Estes métodos podem apresentar também bons resultados para o

problema paralelo. A qualidade da solução inicial é essencial para o desempenho do método. Portanto, heurísticas construtivas para o problema deverão também ser desenvolvidas.

A flexibilidade obtida com o uso de estações paralelas pode também ser útil para o *problema de rotação de tarefas* (Costa, 2009). Conforme dito na seção 2, o uso de paralelismo permite que os trabalhadores executem conjuntos tarefas com tempo total maior que o tempo de ciclo, o que, em um contexto serial, implicaria reduzir a eficiência da linha de produção. Isto permite que o trabalhador execute tarefas que de outro modo não executaria, por ser pouco eficiente para estas tarefas ou por existir outro trabalhador capaz de executá-las mais rapidamente.

Uma última linha de investigação seria a consideração do caso em que dois trabalhadores trabalham simultaneamente sobre o mesmo produto. Como os trabalhadores têm características diferentes, cada tarefa alocada a um estágio poderia ser executada por aquele trabalhador mais eficiente para aquela tarefa específica. Na nomenclatura de Boysen et al (2007), isto equivaleria à classificação *[pa, link,cum / pwork, equip / c]*.

É importante ressaltar que todas estas novas linhas de pesquisa são motivadas pelos resultados obtidos pelo modelo proposto.

Agradecimentos

Esta pesquisa foi desenvolvida com o apoio do CNPq e da FAPESP.

Referências

Becker, C., Scholl, A. (2006). State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing, European Journal of Operational Research 168, 666–693.

Costa, A.M., Miralles C. (2009). Job rotation in assembly lines employing disabled workers. International Journal of Production Economics 120, 625–632.

Blum C., Miralles C. (2010). Beam search procedure for the assembly line worker assignment and balancing problem. Proceedings 5th America's International Conference on Production Research, Bogotá, Colombia.

Boysen, N., Fliedner, M. (2006). A versatile algorithm for assembly line balancing. European Journal of Operational Research, 184, 39–56.

Boysen N., Fliedner M., Scholl A. (2007). A classification of assembly line balancing problems. European Journal of Operational Research ,183, 674–693

Bukchin, J., Dar-El, E.M., Rubinovitz, J. (1997). Team oriented assembly system design: a new approach. International Journal of Production Economics 51, 47–57.

Bukchin, J., Tzur, M. (2000). Design of flexible assembly line to minimize equipment cost. IIE Transactions 32, 585–598.

Chaves, A. A., Miralles, C., Lorena, L. A. N. (2007). Clustering search approach for the assembly line worker assignment and balancing problem. International Conference on Computers and Industrial Engineering, 37, 10.

Dolgui, A., Guschinski, N., Levin, G. (1999). On problem of optimal design of transfer lines with parallel and sequential operations. In: Fuertes, J.M. (Ed.), Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, Barcelona, Spain, vol. 1, 1999, pp. 329–334.

Dolgui, A., Guschinsky, N., Levin, G. (2006). A special case of transfer lines balancing by graph approach. European Journal of Operational Research 168, 732–746.

Ege, Y., Azizoglu, M., Ozdemirel, N. E. (2009). Assembly line balancing with station paralleling. Computers & Industrial Engineering, 57, 1218§-1225.

McMullen, P. R., Frazier, G. V. (1997). A heuristic for solving mixed-model line balancing problems with stochastic task durations and parallel stations. International Journal of Production Economics, 51, 177§- 190.

Miralles, C., Garcia-Sabater, J. P., Andrés, C. (2005). Application of U lines principles to the assembly line worker assignment and balancing procedure (UALWABP). A model and a solving procedure. Proceedings 3rd. Operational Research Peripatetic Postgraduate Programme (ORP3). Valencia, 2005.

Miralles, C., Garcia-Sabater, J. P., Andrés, C., Cardos, M. (2007). Advantages of assembly lines in sheltered work centres for disabled. International Journal of Production Economics, 110, 187-197.

Miralles, C., Garcia-Sabater, J. P., Andres, C. & Cardos, M. (2008). Branch and bound procedures for solving the assembly line worker assignment and balancing problem: Application to sheltered work centres for disabled, Discrete Applied Mathematics 156: 352–367.

Moreira, M. C. O., Costa, A. M. (2009). A minimalist yet efficient tabu search algorithm for balancing assembly lines wirh disabled workers.

M Neri et al. (2003), Retratos da deficiência no Brasil, FGV/IBRE, CPS, disponível em http://www.fgv.br/cps/deficiencia_br/PDF/PPD_Sumario_Executivo.pdf.

Nicosia, G., Pacciarelli, D., Pacifici, A. (2002). Optimally balancing assembly lines with different workstations, Discrete Applied Mathematics 118, 99-113.

Pinnoi, A., Wilhelm, W. E. (1997). A family of hierarchical models for assembly system design, International Journal of Production Research 35, 253-280.

Pinnoi, A., Wilhelm, W. E., (1998). Assembly system design: A branch and cut approach, Management Science 44,103-118.

Pinto, P. A., Dannenbring, D. G., Khumawala, B. M. (1983). Assembly line balancing with processing alternatives: an application, Management Science 29, 817 - 830.

Rekiek, B., de Lit, P., Delchambre, A. (2002). Hybrid assembly line design and user's preferences, International Journal of Production Research, 40, 1095-1111.

Rubinovitz, J., Bukchin, J. (1993). RALB — a heuristic algorithm for design and balancing of robotic assembly lines. Annals of the CIRP 42, 497–500.

Simaria, A. S., Vilarinho, P. M. (2004). A genetic algorithm based approach to the mixed-model assembly line balancing problem of type ii. Computers & Industrial Engineering, 47, 391-407.

Süer, Gürsel A. (1998). Designing parallel assembly lines. Computers & industrial engineering, 35, 467–470.

Tiacci, L., Saetta, S (2007). Process-oriented simulation for mixed-model assembly lines. Society for Computer Simulation International, 1250-1257.

Wilhelm, W. E., (1999). A column-generation approach for the assembly system design problem with tool changes. International Journal of Flexible Manufacturing Systems 11, 177–205.