PLANEJAMENTO DE REDES SECUNDÁRIAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

ALYSSON M. COSTA, PAULO M. FRANÇA

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
C.P. 6101 13083-979 Campinas - SP - Brasil
E-mails: {alysson,franca}@densis.fee.unicamp.br

Resumo— Neste trabalho, lidamos com o problema do planejamento de redes secundárias de distribuição em sistemas de potência. Quatro formulações matemáticas e um método heurístico são propostos e testados. Dois experimentos computacionais são apresentados; no primeiro, comparam-se as quatro formulações matemáticas entre si através do pacote Cplex e no segundo a heurística proposta é comparada a uma outra da literatura.

Abstract— In this work, we deal with the power system secondary networks design problem. Four mathematical formulations and a heuristic method are proposed and tested. Two computational tests are carried out. In the first one, we compare the mathematical formulations through the linear optimizer Cplex. In the second test, we compare the heuristic we have proposed with one taken from the literature.

Key Words— Power Systems; Distribution systems; Mathematical models; Heuristics; Networks.

1 Introdução

O Problema de Planejamento de Redes Secundárias de Distribuição em Sistemas de Potência (PPRSD) é um problema pouco estudado na literatura. Embora abundem publicações relacionadas a problemas de planejamento de redes em outras áreas, como redes de telecomunicações, ou mesmo sistemas de potência (Gonen, 1986; Vaziri et al., 2000), especificamente sobre o PPRSD muito pouco foi publicado.

O subsistema de distribuição em sistemas de potência é aquele que vai das subestações rebaixadoras de energia aos transformadores de rua (rede primária) e destes à entrada elétrica dos consumidores (rede secundária). Devido à sua baixa tensão, é neste subsistema onde se concentra a maior parte das perdas de todo o sistema de energia elétrica, o que aumenta a importância de uma rede otimizada.

A maioria dos países possui sistemas de distribuição com redes primárias de grande extensão e redes secundárias muito reduzidas. Isto faz com que a literatura em planejamento da distribuição em sistemas de potência seja quase que integralmente dedicada ao problema de planejamento da rede primária. Entretanto, alguns países, entre os quais o Brasil, possuem redes secundárias de dimensões relativamente grandes. Nestas redes, devido à baixa tensão de operação, o problema das perdas é ainda maior.

Dentre os poucos artigos dedicados ao PPRSD, podem-se citar os trabalhos (Backlund e Bubenko, 1979), (Carneiro et al., 1996) e (Ganjavi, 2001). Nos três trabalhos, metodologias heurísticas são adotadas, obtendo resultados sub-ótimos. Nenhum dos autores preocupou-se em apresentar o problema de uma maneira formal.

Este trabalho se propõe a cobrir esta lacuna da literatura, desenvolvendo e analisando formulações matemáticas precisas para este problema. Além disso, um método de resolução diferente é proposto, adaptado da heurística de (Carneiro et al., 1996). Ensaios computacionais em redes de teste mostram que o método proposto apresenta um melhor desempenho que a heurística original.

Na seção seguinte definimos o PPRSD. As formulações matemáticas baseadas em modelos de otimização inteira-mista são então apresentadas (seção 3), seguidas pelo método de resolução proposto (seção 4). As formulações e o algoritmo de resolução são então testados (seção 5). Breves conclusões encerram este trabalho.

2 Definição do Problema

A expansão do sistema de distribuição de potência se faz necessária sempre que a previsão de aumento da demanda ultrapassa a capacidade de atendimento instalada. No caso do sistema primário, este aumento exige a construção de novas subestações, a conexão destas com o sistema de transmissão, a definição das rotas dos novos alimentadores e as possíveis ampliações (reforços) dos alimentadores existentes. No caso do sistema secundário, a expansão envolve a instalação de transformadores e a conexão destes com as subestações e com os pontos de consumo.

A figura 1 apresenta um modelo para o sistema de distribuição. Na área interior à elipse é mostrada, de forma esquemática, uma rede de distribuição secundária. Esta rede é composta basicamente por transformadores e cabos de alimentação primários e secundários. A tarefa de

planejamento é encontrar, minimizando os custos totais, o número, a localização e o tipo dos transformadores, além da melhor conexão destes à rede primária e aos pontos de carga.

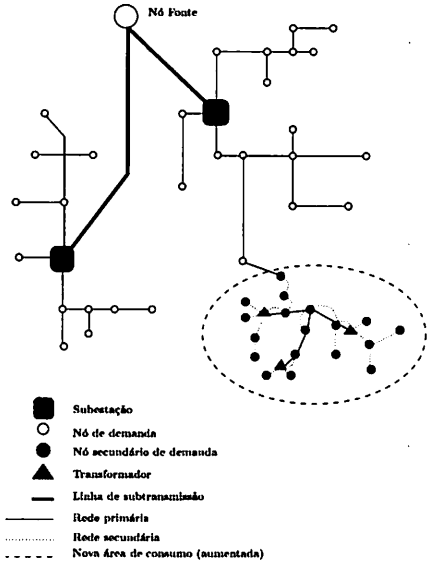


Figura 1. Modelo do Sistema de Distribuição

A solução deste problema deve passar pela consideração dos seus dois níveis: o fluxo de energia vai da rede primária aos transformadores, onde é convertido e passa ao segundo nível, o da rede secundária. Os limites de fluxo nos alimentadores e transformadores devem ser respeitados.

A minimização dos custos precisa levar em consideração os custos próprios de instalação e operação das redes primária e secundária, bem como os custos dos diferentes tipos de transformadores. Além disso, devem ser respeitadas as condições de radialidade da rede e os limites de queda de tensão.

3 Formulações Matemáticas

Neste trabalho, quatro formulações matemáticas para o PPRSD são desenvolvidas, a saber: Formulação Baseada em Nós (FBN), Formulação Baseada em Arcos (FBA), Formulação Multi-produto Baseada em Nós (FMBN) e Formulação Multi-produto Baseada em Arcos (FMBA). Por economia de espaço, apenas as duas formulações mais eficientes, FBN e FBA, são apresentadas, embora a filosofia da FMBN e da FMBA seja explicitada.

FBN: Esta formulação adapta uma modelagem de (Cruz et al., 1999) enfocando o problema de redes multi-níveis. Embora apenas com dois níveis, o PPRSD é computacionalmente mais complexo que o problema tratado em (Cruz et al., 1999) devido ao fato que, naquele trabalho, a função de cada nó já é conhecida a priori (os nós são definidos ou como nós de transformação ou transporte ou demanda). Já no PPRSD, praticamente todo nó pode ter, em princípio, qualquer destas funções (em geral, apresentando mais de uma função).

Fluxos de dois tipos, primário e secundário, são criados, e a formulação força o balanço, garantindo também que só há conversão de fluxo primário em secundário nos nós onde há transformadores instalados. Esta formulação foi chamada de *baseada em nós* pelo fato das equações de balanço de potência de transformação (unindo fluxo primário e secundário) serem escritas nos nós.

FBA: A formulação baseada em arcos, por sua vez, efetua o balanço de potência de transformação nos arcos. O grafo original é desmembrado em um grafo de dois níveis. O fluxo primário circula pelo grafo superior enquanto o nível inferior comporta a potência secundária. Os dois níveis são ligados através de arcos de ligação (transformadores de potência), onde se dá o balanço de potências.

FMBN e FMBA: (Melkote e Daskin, 2001a; Melkote e Daskin, 2001b) trabalharam com o planejamento em redes de um nível. Para tais redes, os autores estudaram a influência de uma formulação multi-produto. Esta estratégia consiste em se criar um "produto" diferente para cada demanda. Assim, o nó i tem uma demanda de produto i, fazendo com que as variáveis de fluxo possam ser escritas independentemente para cada produto, expressando não mais o fluxo real de cada produto, mas sim a porcentagem da demanda que transita por aquele arco.

Os estudos conduzidos por Melkote & Daskin concluíram a eficiência (no sentido de redução do tempo computacional para resolução) deste tipo de formulação para problemas de planejamento em redes de um nível. Os autores chegam a chamar esta formulação de "forte" (*strong*), devido às suas restrições mais apertadas que facilitam a resolução computacional. Foi na esperança de obter resultados semelhantes para o problema de dois níveis que desenvolveram-se adaptações de FBA e FBN com esta filosofia.

As maiores alterações em FMBA e FMBN consistem na criação de novas variáveis (cada arco possui agora uma variável representando a porcentagem de fluxo do produto i circulando por ele), o desmembramento das equações de balanço (cada produto possui a sua própria equação de balanço em cada instante) e a adaptação das restrições de transformação (como a capacidade de transformação diz respeito a todos os "produtos" era necessário efetuar-se uma soma de todos eles e forçar-los a permanecer dentro da capacidade de transformação).

Apesar dos bons resultados em redes de um nível, os testes mostraram que para o PPRSD as formulações multi-produto não são adequa-

das, sendo, em geral, menos eficientes que as formulações originais.

Nomenclatura

N - conjunto total de nós.

A - conjunto total de arcos.

T - conjunto de nós onde há a possibilidade de transformação.

F - conjunto de nós onde não há demanda, nem é possível a instalação de transformadores.

o - nó origem, artificial.

x^1_{ij} - fluxo no arco (i,j) do nível 1.

x^2_{ijn} - fluxo na aproximação linear n no arco (i,j) do nível 2.

y^l_{ij} - variável binária associada aos arcos. Vale 1 se o arco (i,j) do nível l existe e 0 caso contrário.

z^e_i - variável binária associada aos transformadores. Vale 1 se um transformador do tipo e está instalado no nó i e 0 caso contrário (FBN).

y^n_{ii} - variável binária associada aos transformadores. Vale 1 se um transformador do tipo n (ou superior) está instalado no nó i e 0 caso contrário (FBA).

c^l_{ij} - custo variável do arco (i,j) no nível l.

f^l_{ij} - custo fixo do arco (i,j) no nível l.

f^e - custo fixo do transformador do tipo e.

$\delta^+(i)$ - conjunto $\{j|(i,j) \in A\}$.

$\delta^-(i)$ - conjunto $\{j|(j,i) \in A\}$.

s^e - capacidade do transformador do tipo e (FBN).

M_n - capacidade do transformador do tipo n (FBA).

M^l - capacidade dos arcos primários.

M^2_n - capacidades dos arcos secundários (considerando a linearização por partes).

N_t - quantidade de tipos de transformadores.

N_p - quantidade de segmentos de reta na aproximação linear por partes.

M^l - capacidade dos arcos do nível l.

d_i - demanda do nó i.

3.1 Formulação Baseada em Nós

A otimização deve ser efetuada considerando-se todos os principais custos do problema, sejam eles custos de instalação ou de operação. O compromisso existe no fato que, maiores investimentos em instalação, se bem efetuados, acarretam menores investimentos em operação. Entretanto, investimentos em instalação (custos fixos) são, em geral, indesejados, por exigirem um grande montante de recursos já no início do período de planejamento, enquanto os custos de operação se distribuem ao longo de todo o espaço de tempo considerado.

A maneira encontrada para expressar matematicamente este compromisso é utilizar, na função objetivo, os custos de operação considerando-se toda a vida útil prevista do equipamento. Assim, custos fixos e de operação recebem pesos iguais para otimização. Os primeiros termos da função objetivo lidam sempre com os custos fixos - condutoramento primário ($f^1_{ij}y^1_{ij}$), condutoramento secundário ($f^2_{ij}y^2_{ij}$) e instalação de transformadores ($f^e z^e_i$) - enquanto os últimos termos tratam dos custos de operação (já considerando toda a vida útil da rede planejada) - perdas na rede primária ($c^1_{ij}x^1_{ij}$) e perdas na rede secundária ($c^2_{ijn}x^2_{ijn}$). No caso das perdas secundárias, trata-se de um custo quadrático onde a linearização simples apresenta um desempenho insuficiente, fazendo com que se opte por uma linearização por partes.

Considerando-se o objetivo de minimização dos custos globais, a FBN é apresentada a seguir:

$$Min \sum_{(i,j)\in A,\, i<j} \left(f^1_{ij}y^1_{ij} + f^2_{ij}y^2_{ij}\right) + \sum_{i\in T}\sum_{e=1}^{N_t} f^e z^e_i + \sum_{(i,j)\in A} \left(c^1_{ij}x^1_{ij} + \sum_{n=1}^{N_p} c^2_{ijn}x^2_{ijn}\right) \quad (1)$$

Sujeito a:

Restrições de conservação do fluxo e capacidade de transformação:

$$\sum_{j\in\delta^-(i)} \left(x^1_{ji} + \sum_{n=1}^{N_p} x^2_{jin}\right) - \sum_{j\in\delta^+(i)} \left(x^1_{ij} + \sum_{n=1}^{N_p} x^2_{ijn}\right) = \begin{cases} -\sum_{i\in T} d_i & i = o \\ d_i & i \in T \end{cases} \quad (2)$$

$$\sum_{j\in\delta^+(i)} x^1_{ij} - \sum_{j\in\delta^-(i)} x^1_{ji} = 0 \quad \forall i \in F. \quad (3)$$

$$\sum_{j\in\delta^+(i)}\sum_{n=1}^{N_p} x^2_{ijn} - \sum_{j\in\delta^-(i)}\sum_{n=1}^{N_p} x^2_{jin} = 0 \quad \forall i \in F. \quad (4)$$

$$0 \le \sum_{j\in\delta^-(i)} x^1_{ji} - \sum_{j\in\delta^+(i)} x^1_{ij} \le \sum_{e=1}^{N_t} s^e z^e_i \quad \forall i \in T. \quad (5)$$

$$-d_i \le \sum_{j\in\delta^+(i)}\sum_{n=1}^{N_p} x^2_{ijn} - \sum_{j\in\delta^-(i)}\sum_{n=1}^{N_p} x^2_{jin} \le \sum_{e=1}^{N_t} s^e z^e_i - d_i \quad \forall i \in T. \quad (6)$$

$$\sum_{e=1}^{N_t} z^e_i \le 1 \quad \forall i \in T. \quad (7)$$

Restrições de capacidade nos arcos:

$$x^1_{ij} \le M^1 y^1_{ij} \ \forall (i,j) \in A,\ i < j. \quad (8)$$

$$x^1_{ji} \le M^1 y^1_{ij} \ \forall (i,j) \in A,\ i < j. \quad (9)$$

$$x^2_{ijn} \le M^2_n y^2_{ij} \ \forall (i,j) \in A,\ i < j,\ n = 1 \ldots N_p. \quad (10)$$

$$x^2_{jin} \le M^2_n y^2_{ij} \ \forall (i,j) \in A,\ i < j,\ n = 1 \ldots N_p. \quad (11)$$

Definição e canalização das variáveis:

$$x^1_{ij} \ge 0 \quad \forall (i,j) \in A. \quad (12)$$

$$x^2_{ijn} \ge 0 \quad \forall (i,j) \in A,\ n = 1 \ldots N_p. \quad (13)$$

$$y^l_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A,\ i < j, \quad l = 1,2. \quad (14)$$

$$z^e_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in T,\ e = 1 \ldots N_t. \quad (15)$$

É criado um nó artificial de produção. Este nó está ligado, com custo zero, aos nós do grafo onde passa a rede primária. A produção deste nó é exatamente igual à demanda de todos os outros nós do grafo ($d_0 = -\sum_{i=1}^{N} d_i$) (veja eq. 2).

A função objetivo (1) minimiza os custos fixos associados aos arcos (alimentadores) e nós (transformadores) e os custos variáveis associados aos arcos. A restrição (2) garante a conservação do fluxo na origem e em nós onde pode haver transformação de potência enquanto as restrições (3) e (4) garantem a conservação de fluxo para os nós do tipo F (sem possibilidade de transformação). As restrições (5) e (6) garantem que a capacidade dos transformadores é obedecida e que a transformação ocorre sempre do nível 1 (primário) para o nível 2 (secundário). A restrição (7) limita o número de transformadores em cada nó a um.

As restrições (8) - (11) lidam com a capacidade dos arcos e garantem que só há fluxo em arcos construídos. A restrição (12) e (13) garantem fluxos positivos e as restrições (14) e (15) denotam o caráter binário das variáveis y_{ij}^{l} e z_i.

3.2 Formulação Baseada em Arcos

Considerando-se o mesmo problema, a FBA é apresentada abaixo:

$$Min \sum_{(i,j)\in A,\, i<j} (f_{ij}^1 y_{ij}^1 + f_{ij}^2 y_{ij}^2) + \sum_{i\in T}\sum_{n=1}^{N_t} f^n y_{ii}^n + \sum_{(i,j)\in A} (c_{ij}^1 x_{ij}^1 + \sum_{n=1}^{N_p} c_{ijn}^2 x_{ijn}^2) \quad (16)$$

Sujeito a:

Restrições de conservação do fluxo e capacidade de transformação:

$$\sum_{j\in\delta^-(i)} x_{ji}^1 - \sum_{j\in\delta^+(i)} x_{ij}^1 = \begin{cases} -\sum_{i\in N} d_i & i = 0 \\ x_{ii} & i \in T \\ 0 & i \in F \end{cases} . \quad (17)$$

$$x_{ii} + \sum_{n=1}^{N_{lpp}} (\sum_{j\in\delta^-(i)} x_{jin}^2 - \sum_{j\in\delta^+(i)} x_{ijn}^2) = d_i, \quad i \in T. \quad (18)$$

$$\sum_{j\in\delta^-(i)}\sum_{n=1}^{N_{lpp}} x_{jin}^2 - \sum_{j\in\delta^+(i)}\sum_{n=1}^{N_{lpp}} x_{ijn}^2 = 0, \quad i \in F. \quad (19)$$

$$x_{ii} \le \sum_{n=1}^{N_t} y_{ii}^n M_n, \quad i \in T. \quad (20)$$

$$\sum_{n=1}^{N_t} y_{ii}^n = 1 \quad i \in T. \quad (21)$$

Restrições de capacidade nos arcos:

$$x_{ij}^1 \le y_{ij}^1 M^1, \quad (i,j) \in A,\, i < j. \quad (22)$$

$$x_{ji}^1 \le y_{ij}^1 M^1, \quad (i,j) \in A,\, i < j. \quad (23)$$

$$x_{ijn}^2 \le y_{ij}^2 M_n^2, \quad (i,j) \in A,\, i < j,\, n = 1 \ldots N_p. \quad (24)$$

$$x_{jin}^2 \le y_{ij}^2 M_n^2, \quad (i,j) \in A,\, i < j,\, n = 1 \ldots N_p. \quad (25)$$

Definição e canalização das variáveis:

$$x_{ij}^1 \ge 0 \quad \forall (i,j) \in A. \quad (26)$$

$$x_{ijn}^2 \ge 0 \quad \forall (i,j) \in A, \quad n = 1 \ldots N_p. \quad (27)$$

$$y_{ij}^l \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, \quad i < j, \quad l = 1,2. \quad (28)$$

$$y_{ii}^n \in \{0,1\} \quad \forall i \in T, \quad i < j, \quad n = 1 \ldots N_t. \quad (29)$$

Novamente, a função objetivo (16) minimiza os custos fixos de construção de trechos de alimentadores e instalação de transformadores, além do custo linear por partes dependente do fluxo em cada trecho de alimentador.

As restrições condicionam o problema da seguinte forma: (17) garante a conservação do fluxo, no nível superior do grafo, para o nó origem (artificial), para os nós que têm arco de ligação (nós onde é possível a transformação) e para os nós onde não é possível a instalação de transformadores. As restrições (18) e (19) são as restrições equivalentes para o nível inferior do grafo (rede secundária), para os nós onde pode haver transformação (18) e para os nós onde a transformação não é possível (19).

A restrição (20) garante que só há passagem de fluxo através de um arco de ligação se houver um transformador instalado e a restrição (21) estabelece que apenas um transformador pode ser instalado por nó.

As restrições (22) e (23) garantem que só há fluxo primário em um trecho se nele houver rede primária instalada, já as restrições (24) e (25) além de desempenhar papel equivalente para a rede secundária, ainda estabelecem os limites da aproximação linear por partes.

Finalmente, as restrições (26) - (29) definem as variáveis binárias e a canalização.

Nota-se que, em ambas as formulações, as restrições de queda de tensão são consideradas apenas implicitamente, através do termos $c_{ij}^2 x_{ij}^2$ na função custo.

4 Método de Resolução

O PPRSD é um problema categorizado como um modelo de programação inteira-mista e, por isso, de difícil resolução. Métodos da literatura costumam dividi-lo em subproblemas, resolvendo cada um destes subproblemas por um método heurístico. Isso foi feito por (Backlund e Bubenko, 1979; Carneiro et al., 1996; Ganjavi, 2001). Os dois subproblemas clássicos são (p1) localização dos transformadores e (p2) roteamento dos alimentadores.

(Backlund e Bubenko, 1979) consideram uma solução inicial dada para (p1) e resolvem (p2) através de um algoritmo de caminho mínimo com busca local. (Ganjavi, 2001) resolve de forma hierárquica o planejamento da rede primária e o PPRSD, para o qual ele resolve (p1) através de um algoritmo simplista, que busca apenas não perturbar a rede existente e (p2) alocando cada nó de demanda ao ponto de fornecimento mais próximo.

A heurística da literatura com melhores resultados para o PPRSD é a de (Carneiro et al., 1996), explicitada a seguir:

(Carneiro et al., 1996) resolvem (p1) através de um problema de *p-medianas* e (p2) através do problema de árvore mínima. Grosseiramente, o método

trabalha fixando um número inicial $p = p_0$ de transformadores e achando a sua melhor localização na rede através do problema de *p-medianas*, usando para isso uma técnica gulosa seguida de uma pequena busca local. Em seguida, determina o roteamento dos alimentadores secundários e primários através da resolução dos problemas do caminho mínimo (consequência do *p-medianas*) e da árvore geradora mínima (através do método de Prim seguido da busca de pontos de Steiner), respectivamente. Faz-se $p = p+1$ e o processo se repete. Ao final, escolhe-se a solução correspondente ao número de transformadores p que gerou um menor custo.

Adaptação Proposta: A adaptação proposta neste artigo atua no sentido de aumentar o conhecimento do método sobre a dependência dos subproblemas. Isto é feito através de uma fase suplementar que consiste em uma busca local em torno da solução previamente obtida. Esta busca local é efetuada considerando-se o custo global, tentando-se mudar a posição dos transformadores. As mudanças que diminuem o custo global são efetuadas.

As trocas das posições dos transformadores não são feitas de maneira completamente aleatória. A adaptação proposta neste trabalho altera o método de resolução do problema das *p-medianas*. Ao invés de um algoritmo guloso seguido de melhoria, como efetuado por (Carneiro et al., 1996), resolve-se o problema através de relaxação lagrangiana, conforme proposto por (Senne e Lorena, 2000).

A resolução do problema das *p-medianas* através de relaxação lagrangiana, além de obter resultados melhores e com informações sobre o erro em relação ao ótimo, fornece coeficientes que de alguma maneira refletem o potencial das posições candidatas. Estes coeficientes são utilizados para tentar fornecer alguma inteligência à busca local.

A figura 2 mostra um diagrama simplificado do método de resolução proposto.

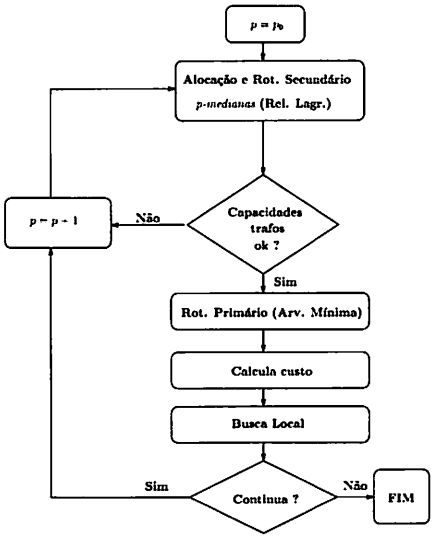


Figura 2. Método de Resolução

5 Experiências Computacionais

Nesta seção apresentam-se os testes computacionais efetuados. Primeiramente, explica-se a origem das instâncias utilizadas e os objetivos dos testes e, em seguida, mostram-se os resultados obtidos. Os testes foram efetuados em uma estação de trabalho Sun Ultra 1, rodando Solaris. Utilizou-se o pacote comercial Cplex versão 6.6.0 e a plataforma JAVA 1.3.1.

5.1 Geração dos exemplos

Trabalhou-se com dois grupos de instâncias. As instâncias do primeiro grupo foram geradas aleatoriamente da seguinte maneira: escolhem-se N nós em uma grade 100x100. Os nós são ligados de forma a se ter uma árvore e em seguida arcos complementares são adicionados até o número de arcos desejado na instância (A). Esta metodologia é similar à proposta por (Aneja, 1980) e é amplamente usada na literatura. Foram geradas 15 instâncias, indexadas como cbaxx (xx é o número da instância).

O segundo grupo de instâncias foi retirado de (Carneiro, 1990) e são dados de dois problemas reais, um contendo 156 nós e o outro 173 nós (car1 e car2) - este último pode também ser encontrado em (Carneiro et al., 1996).

O objetivo dos testes é duplo: primeiramente, deseja-se saber a eficácia das 4 formulações matemáticas propostas. Para isso, elas são implementadas no pacote de resolução Cplex, que é capaz de resolver de forma ótima o primeiro grupo de instâncias, que são de pequeno porte. No segundo experimento, as modificações propostas neste artigo ao método de (Carneiro et al., 1996) são testadas, através da comparação dos resultados obtidos pelo algoritmo proposto e pelo método original na resolução das instâncias do segundo grupo. Essas instâncias são reais e não podem ser solucionadas pelo Cplex devido à sua dimensão.

5.2 Resultados

A dificuldade de resolução do problema pode ser observada através do rápido (embora não monotônico) aumento no tempo de resolução dos modelos exatos. A tabela 1 mostra o tempo computacional utilizado pelo Cplex para resolução de cada instância. Em negrito estão os melhores tempos. Nota-se a menor eficiência dos modelos multi-produto. As formulações FBN e FBA apresentam desempenho similar, com FBN apresentando desempenho melhor para as instâncias maiores. A tabela 1 mostra os resultados do primeiro teste, onde as formulações FBN, FMBN, FBA e FMBA são comparadas.

A tabela 2 apresenta os resultados obtidos pela heurística de (Carneiro et al., 1996) e pelo método proposto na resolução do mesmo conjunto de instâncias. O valor ótimo do problema é usado para comparação. A tabela mostra os resultados obtidos em termos de desvio percentual do custo em relação ao ótimo e, entre parêntesis, o tempo computacional gasto.

A dificuldade do problema é percebida claramente no fato de que as heurísticas conseguem a solução ótima apenas para a instância de 4 nós e 4

Inst.	(N,A)	FBN	FMBN	FBA	FMBA
cba01	(4,4)	0,14	0,10	0,12	**0,08**
cba02	(4,6)	0,29	0,25	**0,24**	0,36
cba03	(8,8)	2,55	4,04	**2,17**	3,06
cba04	(8,12)	**1,25**	4,68	1,58	6,34
cba05	(8,16)	**1,67**	3,90	2,12	3,90
cba06	(12,12)	**6,22**	16,12	6,40	15,11
cba07	(12,18)	**41,55**	148,15	43,30	59,50
cba08	(12,24)	**7,98**	297,52	18,45	68,36
cba09	(16,16)	**27,54**	73,43	42,33	62,09
cba10	(16,24)	**23,96**	181,73	49,19	170,49
cba11	(16,32)	**215,85**	2430,90	495,73	588,53
cba12	(20,20)	**177,69**	1030,86	463,13	307,12
cba13	(20,30)	**397,65**	3424,68	1026,19	1287,33
cba14	(20,40)	**155,80**	3287,24	1066,75	759,37
cba15	(24,24)	**1986,92**	14,6%	9,35%	2,72%

Tabela 1. Tempos Computacionais (s) de Resolução no Cplex (Para cba15, FMBN, FBA e FMBA não obtiveram uma solução em 6000s de simulação - o valor na tabela mostra então o *gap* da solução obtida)

arcos. Entretanto, de uma maneira geral, os resultados estão sempre próximos dos resultados ótimos. Nota-se também que a heurística proposta apresenta desempenho igual ou superior à heurística (Carneiro et al., 1996) em todas as instâncias salvo uma (cba10).

Inst.	Var. (0,1)	Ótimo	Carneiro *et al.*	Proposto
cba01	24	225,65	0,0% (0,03s)	0,0% (0,09s)
cba02	28	198,68	19,2% (0,03s)	**12,1%** (0,05s)
cba03	48	510,42	3,3% (0,03s)	1,4% (0,14s)
cba04	56	323,19	0,0% (0,04s)	0,0% (0,11s)
cba05	64	357,73	5,8% (0,03s)	3,3% (0,13s)
cba06	72	738,21	4,4% (0,03s)	2,1% (0,10s)
cba07	84	708,14	1,5% (0,05s)	0,0% (0,14s)
cba08	96	489,97	2,0% (0,06s)	2,0% (0,19s)
cba09	96	1103,83	0,0% (0,04s)	0,0% (0,25s)
cba10	112	636,71	2,7% (0,06s)	7,6% (0,20s)
cba11	128	743,37	7,1% (0,07s)	6,4% (0,23s)
cba12	120	1641,83	2,3% (0,05s)	1,2% (0,15s)
cba13	140	969,91	8,1% (0,08s)	5,6% (0,19s)
cba14	160	986,66	3,9% (0,07s)	3,9% (0,19s)
cba15	144	2073,45	16,6% (0,07s)	0,0% (0,21s)

Tabela 2. Resultados das heurísticas para as instâncias geradas

Passa-se agora a apresentar os resultados da comparação dos dois enfoques heurísticos, usando as redes de teste reais de maior dimensão.

Nenhuma das formulações exatas pode ser usada, pelo menos a princípio, para resolver as instâncias reais. Perde-se então a referência dada pela solução ótima. Os resultados das heurísticas são comparados apenas entre si. A tabela 3 mostra estes resultados, evidenciando mais uma vez um ligeiro ganho obtido pela heurística proposta, demonstrado pela porcentagem que aparece entre parêntesis.

Instância	(N,A)	P	Carneiro *et al.*	Proposto
car1	(156,155)	9	8310,40	8263,51 (-0,5%)
car1	(156,155)	10	8385,46	8218,78 (-2,0%)
car1	(156,155)	11	8416,66	8241,14 (-2,1%)
car1	(156,155)	12	8478,74	8378,15 (-1,2%)
car2	(173,192)	9	8187,95	8101,98 (-1,0%)
car2	(173,192)	10	8263,65	7938,62 (-3,9%)
car2	(173,192)	11	8056,14	7912,96 (-1,8%)
car2	(173,192)	12	8065,36	7942,53 (-1,5%)

Tabela 3. Resultados das heurísticas para instâncias do segundo grupo

Para car1 o número de variáveis binárias é de 934, e o tempo computacional total: Carneiro – 0,94s; Proposto – 31,83s. Para car2, o número de variáveis binárias é de 1076, e o tempo computacional total: Carneiro – 1,60s; Proposto – 52,40s.

6 Conclusões

Neste artigo é estudado o problema do planejamento de redes secundárias de distribuição de energia elétrica. Quatro formulações matemáticas e um novo método de resolução são propostos e testados. Os resultados mostram a dificuldade computacional de resolução do problema e o melhor desempenho das formulações FBN e FBA em comparação às formulações multi-produto. Além disso, constata-se a eficiência do novo método, quando aplicado a redes reais.

Este artigo é o resultado da primeira parte de um projeto de pesquisa no assunto. O desenvolvimento de um método exato, específico para as formulações desenvolvidas, e a proposta de um método de resolução meta-heurístico são os próximos passos deste trabalho.

7 Agradecimentos

Esta pesquisa conta com o apoio do CNPq, da Capes e da Fapesp. Os autores agradecem a Marcos Carneiro e à Companhia Paulista de Força e Luz (CPFL) pelas discussões sobre o tema.

Referências Bibliográficas

Aneja, Y. P. (1980). An integer linear programming approach to Steiner problems in graphs, *Networks* **10**: 167–178.

Backlund, Y. e Bubenko, J. A. (1979). Computer-aided distribution system planning, *Elect. Power & Energy Systems* **121**: 35–45.

Carneiro, M. S. (1990). *Planejamento a longo prazo em sistemas de distribuio de energia eltrica*, Tese de Doutorado - FEEC/UNICAMP.

Carneiro, M. S., França, P. e Silveira, P. D. (1996). Long-range planning of power distribution systems: secondary networks, *Comp. and Elect. Engng.* **22(3)**: 179–191.

Cruz, F. R. B., Smith, J. M. e Matheus, G. R. (1999). Algorithms for a multi-level network optimization problem, *Eur. J. of Oper. Res* **118**: 164–180.

Ganjavi, M. R. (2001). Coordinated comprehensive design of distribution systems at medium and low voltage levels, *CIRED - IEE* **5**.

Gonen, T. (1986). *Electric Power Distribution System Engineering*, McGraw-Hill.

Melkote, S. e Daskin, M. S. (2001a). Capacitated facility location/network design problems, *Eur. J. of Oper. Res* **129**: 481–495.

Melkote, S. e Daskin, M. S. (2001b). An integrated model of facility location and transportation network design, *Transp. Res. Part A* **35**: 515–538.

Senne, E. L. F. e Lorena, L. A. N. (2000). Lagrangean/surrogate heuristics for p-median problems, *in: M. Laguna and J. L. Gonzalez-Velarde (Eds.), Computing Tools for Modeling, Optimization and Simulation: Interfaces in Computer Science and Operations Research, Kluwer Academic Publishers* pp. 115–130.

Vaziri, M., Tomsovic, K. e Gonen, T. (2000). Distribution expansion problem revisited: Part 1 categorical analysis and future directions, *Proc. of the IV IASTED (PES 2000), Marbella,Spain* .